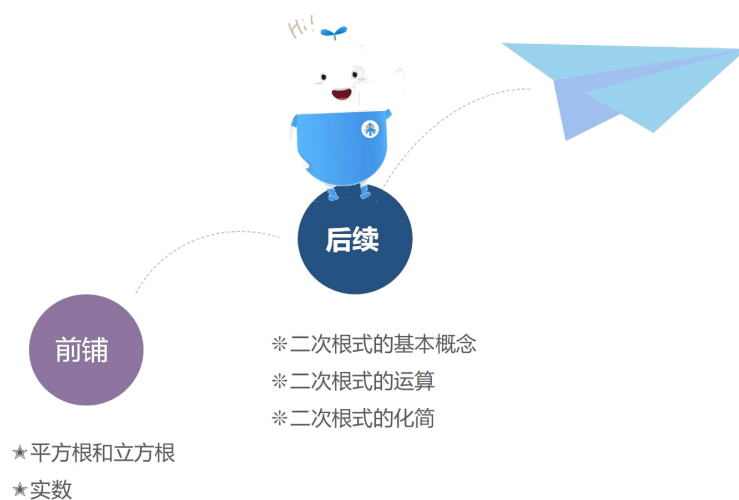
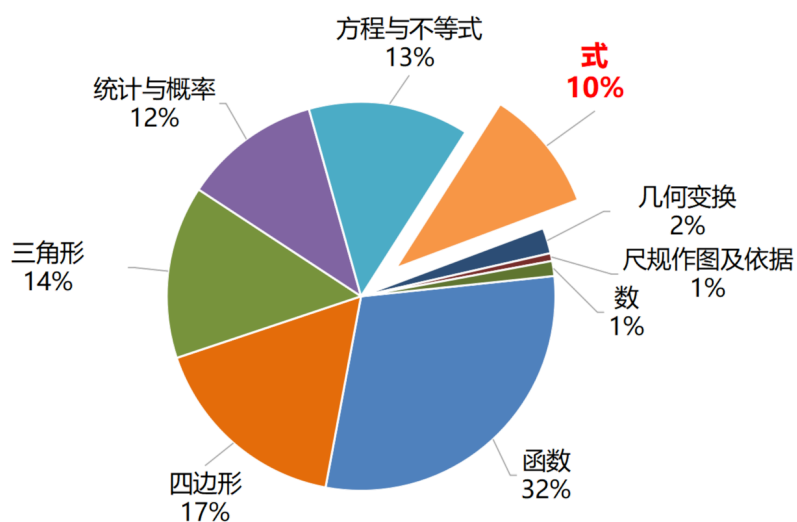


二次根式的基本概念及运算

知己知彼



一、二次根式的基本概念

二次根式的基本概念

定义：一般地，形如_____的式子叫做二次根式，_____称为二次根号。

二次根式有意义的条件：二次根式 $\sqrt{a}$ 有意义的条件是_____，即_____。

二次根式的性质：

- 1、双重非负性：_____。
- 2、 $(\sqrt{a})^2 =$ _____。
- 3、 $\sqrt{a^2} =$ _____。

【教法备注】

1、二次根式的定义：一般地，形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式，“ $\sqrt{\quad}$ ”称为二次根号。

① 从形式上看，二次根式必须含有二次根号“ $\sqrt{\quad}$ ”，如 $\sqrt{3}$ ， $\sqrt{16}$ ， $\sqrt{a^2+1}$ 等都是二次根式。

② 二次根式中，被开方数 a 可以是数，也可以是含有字母的代数式，但 a 的值必须是非负数，否则无意义。如 $\sqrt{(-3)^2}$ ， $\sqrt{-a}$ ($a \leq 0$) 的被开方数是非负数，它们是二次根式，而 $\sqrt{-3}$ ， $\sqrt{-a}$ ($a > 0$) 的被开方数是负数，不是二次根式。

2、二次根式有意义的条件：被开方数大于等于零，即 $a \geq 0$ 。

① 对于单个二次根式只需满足被开方数大于等于零；

② 对于多个二次根式，则是多个被开方数同时大于等于零。

3、二次根式的性质：

① $\sqrt{a} \geq 0$ ($a \geq 0$)，二次根式的双重非负性。

二次根式双重非负性的应用：

(1) 几个非负数之和等于0，则每个非负数都等于0，如 $\sqrt{a+1} + \sqrt{b-3} = 0$ ，则 $a+1=0$ ， $b-3=0$ ；

(2) $\sqrt{x-a} + \sqrt{a-x}$ ，则 x 的取值范围是 $\begin{cases} x-a \geq 0 \\ a-x \geq 0 \end{cases}$ ，即 $x=a$ 。

② $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$)。

$(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$) 既可以正向运用，也可以逆向运用，正向运用可化简二次根式，逆向运用可以将任意一个非负数写成一个数的平方。

如： $(\sqrt{2})^2 = 4$ ，反过来 $4 = (\sqrt{2})^2$ 。

③ $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$ 。

运用 $\sqrt{a^2} = |a|$ 进行化简时，一定要结合已知条件或隐含条件先判断被开方数的底数 a 的符号，然后利用绝对值的性质进行化简。

例题

【知识点拨】

二次根式在识别时，除了要观察二次根号“ $\sqrt{\quad}$ ”外，还要分析被开方数是否具有非负性。二次根式有意义的条件这部分，对于多个被开方数要同时满足非负性，此外当和分式一起考查时，也要注意分式有意义的条件。二次根式的性质这部分，双重非负性的应用比较多，常见的例题可以带学生总结解题思路； $(\sqrt{a})^2$ 和 $\sqrt{a^2}$ 应用时，可以利用二次根式的非负性进行讲解；绝对值的化简 $|a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a \leq 0) \end{cases}$ 可以带学生复习一遍。

1. 下列各式中，二次根式有（ ）。

① $\sqrt{(-3)^2}$ ；② $\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$ ；③ $\sqrt{(a-b)^2}$ ；④ $\sqrt{-a^2-1}$ ；⑤ $\sqrt{8}$ 。

A. 2个

B. 3个

C. 4个

D. 5个

【答案】C

【解析】二次根式被开方数需大于等于0，

$\therefore$ ①②③⑤正确，

④ $\because -a^2 - 1 < 0$ ，

$\therefore$ ④错，

$\therefore$ 有4个，

$\therefore$ 选C。

【标注】【知识点】二次根式的定义

【重点强调】

2018~2019学年6月天津河西区天津市培杰中学初二下学期月考第1题

2. 使式子 $\frac{\sqrt{1-x}}{2+x}$ 有意义的 x 的取值范围是_____。

【答案】 $x \leq 1$ 且 $x \neq -2$

【解析】根据题意得， $1-x \geq 0$ 且 $2+x \neq 0$ ，

解得 $x \leq 1$ 且 $x \neq -2$ 。

【标注】【知识点】二次根式有意义的条件

【重点强调】

2016~2017学年天津河西区初二下学期期中第15题3分

3. 下列计算正确的个数是 () .

① $(\sqrt{5})^2 = 5$, ② $\sqrt{(-7)^2} = -7$, ③ $(-2\sqrt{3})^2 = 6$, ④ 当 $a < 0$ 时 , $\sqrt{a^2} = -a$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 B

【解析】 ① $(\sqrt{5})^2 = 5$, 故①正确 .

② $\sqrt{(-7)^2} = 7$, 故②错误 .

③ $(-2\sqrt{3})^2 = 12$, 故③错误 .

④ 当 $a < 0$ 时 , $\sqrt{a^2} = -a$, 故④正确 .

故选 : B .

【标注】 【能力】 运算能力

【知识点】 二次根式的性质

【知识点】 最简二次根式

【重点强调】

2016~2017学年3月天津宝坻区宝坻区第八中学初二下学期月考第6题3分

4. 已知 $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{x-2} + 5$, 则 $\frac{x}{y} =$ _____ .

【答案】 $\frac{2}{5}$

【解析】 根据二次根式的性质可得 : $2-x \geq 0$ 且 $x-2 \geq 0$, 则 $x = 2$,

将 $x = 2$ 代入可得 : $y = 5$, 则 $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$.

【标注】 【知识点】 二次根式有意义的条件

【重点强调】

2016~2017学年天津和平区天津市益中学校初二下学期单元测试《二次根式》第14题3分

5. 已知 $|2013-a| + \sqrt{a-2014} = a$, 求 $a - 2013^2$ 的值 .

【答案】 2014 .

【解析】 $\because a - 2014 \geq 0$,
 $\therefore 2013 - a < 0$,
 $\therefore$ 原式为 $a - 2013 + \sqrt{a - 2014} = a$,
 $\sqrt{a - 2014} = 2013$,
两边平方得 $a - 2014 = 2013^2$,
 $\therefore a - 2013^2 = 2014$.

【标注】【知识点】二次根式有意义的条件

6. 如果 $\sqrt{(x-3)^2} + x = 3$, 那么 x 的值可能为 () .

A. 6

B. 4

C. 2

D. 8

【答案】 C

【解析】 $\because \sqrt{(x-3)^2} + x = 3$,
 $\therefore \sqrt{(x-3)^2} = 3 - x$,
 $\therefore 3 - x \geq 0$,
 $\therefore x \leq 3$.
故选C .

【标注】【知识点】二次根式的性质

【重点强调】

2018~2019学年天津蓟县蓟县城关第二中学初二下学期期中第11题3分

 练习

7. 下列各式中① $\sqrt{a}$; ② $\sqrt{b+1}$; ③ $\sqrt{a^2}$; ④ $\sqrt{a^2+3}$; ⑤ $\sqrt{x^2-1}$; ⑥ $\sqrt{x^2+2x+1}$ 一定是二次根式的有 () 个 .

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】C

【解析】①当 $a \geq 0$ 时， $\sqrt{a}$ 才是二次根式，否则不是，
②当 $b+1 \geq 0$ 时 $\sqrt{b+1}$ 才是二次根式，否则不是，
③ $\because a^2 \geq 0 \therefore \sqrt{a^2}$ 是二次根式，
④ $\because a^2 \geq 0, a^2+3 \geq 3, \therefore \sqrt{a^2+3}$ 是二次根式，
⑤当 $x^2-1 \geq 0$ 时 $\sqrt{x^2-1}$ 才是二次根式，否则不是，
⑥ $\because x^2+2x+1=(x+1)^2 \geq 0 \therefore \sqrt{x^2+2x+1}$ 是二次根式，
 $\therefore$ 一定是二次根式的有③、④、⑥一共3个。
故选C。

【标注】【知识点】二次根式的定义

【重点强调】

2017~2018学年天津塘沽区初二下学期期中第2题3分

8. 若式子 $\sqrt{-a} + \frac{1}{\sqrt{ab}}$ 有意义，则点 $P(a, b)$ 在()。

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】C

【解析】要使这个式子有意义，必须有 $-a \geq 0, ab > 0$ ，
 $\therefore a < 0, b < 0$ ，
 $\therefore$ 点 (a, b) 在第三象限。
故选：C。

【标注】【知识点】二次根式有意义的条件

【重点强调】

2016~2017学年3月天津宝坻区宝坻区第八中学初二下学期月考第10题3分

9. 化简： $(\sqrt{3})^2 = \underline{\quad}$ ， $\sqrt{3^2} = \underline{\quad}$ ， $-\sqrt{(-3)^2} = \underline{\quad}$ 。

【答案】3；3；-3

【解析】 $(\sqrt{3})^2 = 3$ ， $\sqrt{3^2} = 3$ ， $-\sqrt{(-3)^2} = -3$ 。
故答案为：3，3，-3。

【标注】【知识点】最简二次根式

【重点强调】

2019~2020学年天津滨海新区初二下学期期末第13题3分

10. 若 a 、 b 为实数，且 $b = \frac{\sqrt{a^2-1} + \sqrt{1-a^2}}{a-1} + 4$ ，则 $a+b$ 的值为（ ）.
- A. 3 B. 4 C. 3或5 D. 5

【答案】A

【解析】 $\because b = \frac{\sqrt{a^2-1} + \sqrt{1-a^2}}{a-1} + 4$ ，
 $\therefore a^2 - 1 = 0$ ，则 $b = 4$ ，
解得： $a = 1$ （舍去）或 $a = -1$ ，
 $\therefore a + b = 3$ ．

【标注】【知识点】利用二次根式非负性化简求值

【重点强调】

2017~2018学年3月天津河北区天津外国语大学附属外国语学校初二下学期月考第4题4分

11. 已知 $|2015 - a| + \sqrt{a - 2016} = a$ ，求 $a - 2015^2$ 的值．

【答案】 $a - 2015^2 = 2016$ ．

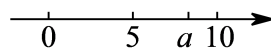
【解析】 $\because a - 2016 \geq 0 \Rightarrow a \geq 2016$ ， $\therefore 2015 - a < 0$ ，
 $\therefore$ 原式化简为： $a - 2015 + \sqrt{a - 2016} = a \Rightarrow \sqrt{a - 2016} = 2015$
 $\therefore a - 2016 = 2015^2 \Rightarrow a - 2015^2 = 2016$ ．

【标注】【知识点】二次根式有意义的条件

【重点强调】

2016~2017学年天津和平区天津市益中学校初二下学期单元测试《二次根式》第20题9分

12. 实数 a 在数轴上的位置如图所示, 则 $a + \sqrt{(a-12)^2}$ 化简后的结果为 _____ .



【答案】 12

【解析】 $\because 5 < a < 10$,

$$\therefore \text{原式} = a + |a - 12|$$

$$= a + 12 - a$$

$$= 12.$$

【标注】【知识点】最简二次根式

【重点强调】

2017~2018学年天津红桥区初二下学期期末第11题3分

二、二次根式的运算

1. 二次根式的乘除

二次根式的乘除

二次根式的乘法法则: _____.

二次根式的除法法则: _____.

【教法备注】

1. 二次根式的乘法法则: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$

把 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$ 反过来, 就得到 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$, 利用它可以进行二次根式的化简.

二次根式乘法公式的推广:

$$\textcircled{1} \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c}) = \sqrt{ab} + \sqrt{ac} (a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0);$$

$$\textcircled{2} (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{c} + \sqrt{d}) = \sqrt{ac} + \sqrt{ad} + \sqrt{bc} + \sqrt{bd} (a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, d \geq 0)$$

$$\textcircled{3} (\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 = a + b \pm 2\sqrt{ab}, (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b;$$

④ $\sqrt{a_1} \cdot \sqrt{a_2} \cdot \sqrt{a_3} \cdots \sqrt{a_n} = \sqrt{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_n} \quad (a_1 \geq 0, a_2 \geq 0, \dots, a_n \geq 0)$

2、二次根式的除法法则： $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$.

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 逆向运用时， $a \geq 0, b > 0$ ，否则是不对的 .

如： $\sqrt{\frac{-4}{-9}} = \frac{\sqrt{-4}}{\sqrt{-9}}$ 在实数范围是无意义的 .

2. 二次根式的加减

二次根式的加减

最简二次根式的特点：

- 1、被开方数不含_____.
- 2、被开方数中不含_____.
- 3、分母中不含_____.

同类二次根式：把几个二次根式化成_____二次根式后，如果_____相同，那么这几个二次根式就叫做同类二次根式 .

二次根式的加减：实际上就是先把每个二次根式化成_____二次根式，再合并同类二次根式 .

【教法备注】

1、最简二次根式：

如果一个二次根式满足下列几个特点：

- ① 被开方数不含分母 .
- ② 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式 .
- ③ 分母中不含二次根式 .

我们把这个二次根式叫做最简二次根式 .

- ① 在二次根式的被开方数中，只要含有分数或小数就不是最简二次根式 .
- ② 在二次根式的被开方数中，有幂指数等于或大于2的因式或因数就不是最简二次根式 .
- ③ 一般地，二次根式运算的结果应化为最简二次根式，并且分母中不含二次根式 .

2、二次根式化简：

①被开方数中含分数或小数的化简：

$$\sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sqrt{2.5} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2},$$

$$\sqrt{\frac{b}{2a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{2a}} = \frac{\sqrt{2ab}}{2a} \quad (b > 0, a > 0).$$

②被开方数中含有开方开得尽方的因数或因式：

$$\sqrt{32} = 4\sqrt{2}, \quad \sqrt{48} = 4\sqrt{3}, \quad \sqrt{50} = 5\sqrt{2},$$

$$\sqrt{\frac{1-a}{a^2}} = -\frac{\sqrt{1-a}}{a} (a < 0), \quad \sqrt{\frac{8n^2}{3m^3}} = \frac{-2n\sqrt{6m}}{3m^2} (n < 0).$$

③分母有理化：

二次根式的运算中，最后结果要求分母中不含二次根式．把分母中的根号化去的过程称为分母有理化．

具体过程：

$$(1) \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b} \quad (\text{其中 } a \geq 0, b > 0).$$

实质是利用 $(\sqrt{a})^2 = a$ ，将二次根式分母有理化．

$$(2) \quad \frac{m}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{m(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{m\sqrt{a}+m\sqrt{b}}{a-b}.$$

实质是利用平方差公式 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = a-b$ ，将二次根式分母有理化．

$$(3) \quad \text{也可以通过类似分式的“约分”进行分母有理化，如 } \frac{ab}{\sqrt{b}} = \frac{a(\sqrt{b})^2}{\sqrt{b}} = a\sqrt{b} (b > 0).$$

3、二次根式的变形：

①二次根式的外移：二次根式的外移的实质是利用 $\sqrt{a^2} = |a|$ ，将根号里边的完全平方数或（式）开平方．

（1）被开方数中含有开方开得尽方的因数或因式，用它的算术平方根代替移到根号外面

$$\sqrt{32} = 4\sqrt{2}, \quad \sqrt{50} = 5\sqrt{2},$$

$$\sqrt{\frac{1-a}{a^2}} = -\frac{\sqrt{1-a}}{a} (a < 0), \quad \sqrt{\frac{8n^2}{3m^3}} = \frac{-2n\sqrt{6m}}{3m^2} (n < 0).$$

（2）若被开方数是代数式的和的形式，先因式分解，变形为积的因式，再将因式开方后移到根号外面．

$$\text{如：} \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}, \quad \sqrt{a^2b + 2ab + b} = \sqrt{b(a^2 + 2a + 1)} = \sqrt{b(a+1)^2} = |a+1|\sqrt{b}.$$

②二次根式的内移：二次根式的内移实质是将根号外的正因式平方后移到根号里边去，注意“-”号是没法移进去．

将根号外的正因式，平方后移到根号里面去．

$$\text{如：} -a\sqrt{a} = -\sqrt{a^3}; \quad b\sqrt{-\frac{a^2}{b}} = -|a|\sqrt{-b}.$$

4、同类二次根式：把几个二次根式化成最简二次根式后，如果被开方数相同，那么这几个二次根式就叫做同类二次根式．

① 同类二次根式类似于整式中的同类项，如 $3\sqrt{2}$ 和 $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ 是同类二次根式．

② 几个同类二次根式在没有化简之前，被开方数完全可以互不相同，如 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ， $\sqrt{8}$ ， $\sqrt{18}$ 都是同类二次根式．

③ 判断两个二次根式是否是同类二次根式，首先要将它们化为最简二次根式，然后再看被开方数是否相同．

5、二次根式的加减：

二次根式的加减运算实际上就是先把每个二次根式化成最简二次根式，再合并同类二次根式。

二次根式的加减步骤：“一化二找三合并”。

① 一化：将每个二次根式化为最简二次根式；

② 二找：找出同类二次根式；

③ 三合并：合并二次根式。

注意：

① 二次根式加减混合运算的实质就是合并同类二次根式，不是同类二次根式不能合并。

如 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 是最简二次根式，不能合并。

② 二次根式进行加减运算时，根号外的系数因式必须为假分数形式，如 $\frac{5}{3}\sqrt{2}$ ，不能写成 $1\frac{2}{3}\sqrt{2}$ 的形式。

③ 合并同类二次根式后，若系数为多项式，需添加括号，如 $(a+b)\sqrt{a}$ 。

|| 例题

【知识点拨】

二次根式乘除这部分，要注意二次根式乘除法中对于被开方数的条件；二次根式加减计算时，一定要先将二次根式化为最简判断是否为同类二次根式后再计算；计算都要注意最后的结果要化为最简形式。二次根式的内移、外移，易错点为符号，解答后一定要注意题中代数式的符号和我们写的符号是否相同。

13. 计算： $2\sqrt{12} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \div 5\sqrt{2}$ 。

【答案】 $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ 。

【解析】
$$\begin{aligned} & 2\sqrt{12} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \div 5\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \div 5\sqrt{2} \\ &= 3 \times \frac{\sqrt{2}}{10} \end{aligned}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{10}.$$

【标注】【知识点】二次根式的乘除混合运算

【重点强调】

2017~2018学年天津河西区初二下学期期末第17题6分

14. 计算 $\sqrt{9a^2} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} (a > 0, b \geq 0)$ 的结果是 _____ .

【答案】 $3\sqrt{ab}$

【解析】 $\sqrt{9a^2} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} (a > 0, b \geq 0)$
 $= \sqrt{9a^2 \times \frac{b}{a}}$
 $= 3\sqrt{ab}.$
 故答案为 $3\sqrt{ab}.$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】二次根式的四则混合运算

【重点强调】

2018~2019学年3月天津河西区天津市新华中学初二下学期月考第12题3分

15. 化简二次根式 $a\sqrt{-\frac{a+2}{a^2}}$ 的结果是 () .

A. $\sqrt{-a-2}$

B. $-\sqrt{-a-2}$

C. $\sqrt{a-2}$

D. $-\sqrt{a-2}$

【答案】 B

【解析】 若二次根式有意义，则 $-\frac{a+2}{a^2} \geq 0$ ，
 $-a-2 \geq 0$ ，解得 $a \leq -2$ ，
 $\therefore$ 原式 $= \frac{a}{-a} \sqrt{-a-2} = -\sqrt{-a-2}.$

【标注】【知识点】二次根式直接化简求值

16. 把下列各式中根号外的因式移入根号内：

(1) $a\sqrt{-\frac{1}{a}}.$

$$(2) (a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}}.$$

【答案】(1) $-\sqrt{-a}$.

(2) $-\sqrt{1-a}$.

【解析】(1) 由 $-\frac{1}{a} > 0$ 可得 $a < 0$, $a\sqrt{-\frac{1}{a}} = -\sqrt{(-a)^2 \cdot \left(-\frac{1}{a}\right)} = -\sqrt{-a}$.

(2) 由 $1-a > 0$ 得 $a < 1$, $(a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}} = -\sqrt{(1-a)^2 \cdot \frac{1}{1-a}} = -\sqrt{1-a}$.

【标注】【知识点】把根号外的因式化到根号内

17. 下列二次根式, 不能与 $\sqrt{2}$ 合并的是 ().

A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

B. $\sqrt{8}$

C. $\sqrt{12}$

D. $-\sqrt{18}$

【答案】C

【解析】 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{2}}$;

$$\sqrt{18} = 2\sqrt{2};$$

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3};$$

$$-\sqrt{18} = -3\sqrt{2}.$$

故不能与 $\sqrt{2}$ 合并的为 $\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$.

故选C.

【标注】【知识点】二次根式的加减以及混合运算

【能力】运算能力

【重点强调】

2018~2019学年5月天津河西区自立中学初二下学期月考第2题3分

18.

计算： $(\sqrt{18} - \sqrt{27}) \div \sqrt{6} + 8\sqrt{\frac{1}{2}}$.

【答案】 $\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{2}$.

【解析】 $(\sqrt{18} - \sqrt{27}) \div \sqrt{6} + 8\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} + 4\sqrt{2} = \sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{2}$.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】二次根式的四则混合运算

【重点强调】

2017~2018学年3月天津河西区天津市新华中学初二下学期月考第32.3题

|| 练习

19. 计算 $\sqrt{18} \div \sqrt{2}$ 的结果是 _____ .

【答案】 3

【解析】 $\sqrt{18} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$.

故答案为：3 .

【标注】【能力】运算能力

【知识点】二次根式的乘除混合运算

【重点强调】

2018~2019学年天津红桥区初二下学期期中第13题3分

20. 化简下列各式：

(1) $\sqrt{32} \div \sqrt{8}$.

(2) $\sqrt{3x} \cdot \sqrt{27xy}$.

$$(3) \frac{9n}{\sqrt{9n}}.$$

$$(4) \frac{\sqrt{27y^2}}{3\sqrt{3y}}.$$

【答案】(1) 2.

$$(2) 9x\sqrt{y}.$$

$$(3) 3\sqrt{n}.$$

$$(4) \sqrt{y}.$$

【解析】(1) 原式 = $\sqrt{32 \div 8} = \sqrt{4} = 2.$

$$(2) \text{原式} = \sqrt{81x^2y} = 9x\sqrt{y}.$$

$$(3) \text{原式} = \frac{9n\sqrt{9n}}{3\sqrt{9n}} = 3\sqrt{n}.$$

$$(4) \text{原式} = \frac{\sqrt{27y^2}}{3\sqrt{3y}} = \frac{3\sqrt{3y}}{3\sqrt{3y}} = \sqrt{y}.$$

【标注】【知识点】二次根式的乘除混合运算

【重点强调】

2015~2016学年天津红桥区初二下学期期中第17题8分

21. 若 $a \neq b$, 把 $(b-a)\sqrt{a-b}$ 根号外的因式移到根号内得 _____.

【答案】 $-\sqrt{(a-b)^3}$

【解析】 $\because (b-a)\sqrt{a-b}$ 有意义, 且 $a \neq b$,

$$\therefore a-b > 0,$$

$$\therefore b-a < 0,$$

$$\therefore (b-a)\sqrt{a-b} = -\sqrt{(a-b)^2} \cdot \sqrt{a-b} = -\sqrt{(a-b)^3}.$$

【标注】【知识点】把根号外的因式化到根号内

【重点强调】

2016~2017学年天津和平区天津市益中学校初二下学期单元测试《二次根式》第9题3分

22. 化简下列二次根式：

(1) $\sqrt{75x^3y^2} (x \geq 0, y \geq 0)$

(2) $a\sqrt{-\frac{a+1}{a^2}}$.

(3) $(3x-2)\sqrt{\frac{1}{2-3x}}$.

【答案】 (1) $5xy\sqrt{3x}$.

(2) $-\sqrt{-(a+1)}$.

(3) $-\sqrt{2-3x}$.

【解析】 (1) $\because x \geq 0, y \geq 0, \therefore$ 原式 $= 5xy\sqrt{3x}$.

(2) 由二次根式有意义的条件得 $a+1 < 0, a < -1 < 0, \therefore$ 原式

$$= -\sqrt{a^2 \times \left(-\frac{a+1}{a^2}\right)} = -\sqrt{-(a+1)}.$$

(3) 由二次根式有意义的条件得 $2-3x > 0, \therefore$ 原式

$$= -\sqrt{\frac{1}{2-3x} \times (2-3x)^2} = -\sqrt{2-3x}.$$

【标注】【知识点】最简二次根式

23. $\sqrt{27} + \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $4\sqrt{3}$

【解析】 原式 $= 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

【标注】【知识点】二次根式的加减以及混合运算

【重点强调】

24. 计算下列各题.

$$(1) \frac{1}{2}\sqrt{12} \cdot \left(3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2}\right).$$

$$(2) \sqrt{1\frac{2}{3}} \div \sqrt{2\frac{1}{3}} \times \sqrt{1\frac{2}{5}}.$$

$$(3) \sqrt{48} - \sqrt{54} \div \sqrt{2} + (3 - \sqrt{3})\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

$$(4) (3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7}) - (1 - \sqrt{2})^2.$$

【答案】 (1) $3 + \sqrt{6}$.

(2) 1.

(3) $\sqrt{3} + 2$.

(4) $2\sqrt{2} - 1$.

【解析】 (1) 原式 $= \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{12 \times \frac{1}{3}} + \frac{1}{2} \times \sqrt{12 \times 2}$
 $= 3 + \sqrt{6}.$

(2) 原式 $= \sqrt{\frac{5}{3} \times \frac{3}{7} \times \frac{7}{5}}$
 $= 1.$

(3) 原式 $= 4\sqrt{3} - \sqrt{54 \div 2} + \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}$
 $= 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 3 - 1$
 $= \sqrt{3} + 2.$

(4) 原式 $= 9 - 7 - (1 - 2\sqrt{2} + 2)$
 $= 2 - 3 + 2\sqrt{2}$
 $= 2\sqrt{2} - 1.$

【标注】 【能力】运算能力

【知识点】二次根式的乘除混合运算

【知识点】二次根式的四则混合运算

【重点强调】

2018~2019学年3月天津河西区自立中学初二下学期月考第19题12分

 我学会了什么